

# 考研数学的高分策略

湖北工业大学 叶盛标

长期深入研究历年全国硕士研究生入学统一考试真题（国题），和长期从事考研数学辅导工作之后，笔者认为，考研数学的高分策略应该是：“**以考纲为纲，以课本为本，以思维定势拿高分，以常考题型论输赢！**”

**以考纲为纲。**考研数学大纲是专家命题和考生备考的唯一的法律依据。

大纲分两部分。

第一部分讲考试性质、考查目标、考试形式、考试内容、考试要求、试卷分类、试卷结构等，是考生必须知道的政策、规定、要求。这部分是虚的。

第二部分是参考试题及其答案，以及附录的前三年的真题（国题）及其答案。2009年的考纲只附录了前两年的真题（国题）及其答案。这部分是实的。

研究表明，参考试题和附录的真题极为重要。

2007年1月5日网友 penbaggio 在 sina 的考研数学心得交流的网页上发帖：请问有谁知道数学大纲里的参考试题有多大的借鉴意义？

2007年1月17日，我偶尔在网上看到了这个帖子，痛心至极，感慨万千，当即回帖，指出：

考试大纲极为重要,大纲很薄,主要是 16 份试卷,其中 2004,2005,2006 三年,数一,数二,数三,数四的试卷共 12 份,参考试卷(样卷)共 4 份.这 16 份极为重要,特别是 4 份样卷!我断言:2007 年考卷上的考题的题型有 136 分以上的题目就在这 16 份试卷中,多次出现 16 份试卷中的原题.但要注意:例如,数一的考题可能出现在其他类的试卷中,如 2004 年数一,数二对角化的那道题就出现在当年数四的样卷上,且数四在 1997 年,2000 年考过.又如,2006 年数一的第 14 题就是当年数一样卷上的第 14 题.还可讲很多很多,我可以在每年的考卷上,对照当年的考纲,找出考题在当年考纲的什么地方!因此,本人写了一本<解读大纲>,在我编著的<考研数学秘诀>(中国国际广播音像出版社出版)也提到过!我有秘诀一首：**一本考纲就足够,考题就在纲里头,思维定势夺天下,常考题型写春秋!**请点击：<http://edu.sina.com.cn/exam/kaoyan/kysx/.html> (查找：考研数学大纲里的参考试题有何作用)

2007 年 1 月 21 日上午全国考研数学统考。

2007 年 1 月 30 日我在 sina 上发表文章，以 2007 年数学一为例，列表对照，证实我在 1 月 17 日的断言完全正确！

Sina 编辑给这篇文章冠名：叶盛标点评 07 考研数学真题：一本考纲就足够

文章的结尾强调：

“考试大纲是专家命题和考生备考的法律依据，是任何复习资料所不能取代的，极为重要。研究表明，每年的考题，其题型基本上都在考纲上的 16 套试卷之中，例如，2007 年数一考卷上的 (12)、(13)、(17)、(18)、(19)、(23)、(24) 题和考纲上相应的题目有什么两样！因此，考生一定要认真研究考纲，以自己的考纲（例如数一）来研究考纲上的 16 套试卷，特别是其中的 4 套参考试卷。点评者曾在武汉、南京、太原、宜昌做过大量的调查，发现每年只有 6% 的考生买了考纲。这应该是考生的成绩不能提高的重要原因。因此，点评者呼吁：2008 年的考生一定要认真研究考纲，认真研究考纲上的 16 套试卷，特别是其中的 4 套参考试卷。

一本考纲就足够，考题就在纲里头。思维定势夺天下，常考题型写春秋！这是点评者多年来的一点感想，欢迎批评指正。”

请点击：<http://edu.sina.com.cn/exam/kaoyan/kysx/.html>（查找：叶盛标点评 07 考研数学真题：一本考纲就足够）

一年过去了，2008 年的考卷上的考题的题型包括原题，也有 136 分以上的题目就在 2008 年的考纲上，我在湖北工业大学的一次讲座上，以铁的事实列表对照证实了这一点。例如

例 1. 全国 2008 数一（9）题：

微分方程  $xy' + y = 0$  满足条件  $y(1) = 1$  的解是  $y = \underline{\hspace{2cm}}$  .

对照全国 2008 考研数学大纲 142 页（2）题：

微分方程  $xy' + y = 0$  满足初始条件  $y(1) = 2$  的特解是  $\underline{\hspace{2cm}}$  .

例 2. 全国 2008 数一（13）题：

设  $A$  为 2 阶矩阵， $\alpha_1, \alpha_2$  是线性无关的 2 维列向量， $A\alpha_1 = 0, A\alpha_2 = 2\alpha_1 + \alpha_2$ ，则  $A$  的非零特征值为  $\underline{\hspace{2cm}}$  .

对照全国 2008 考研数学大纲 162 页（21）题：

设  $A$  为 3 阶矩阵， $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  是线性无关的 3 维列向量，且满足

$$A\alpha_1 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, A\alpha_2 = 2\alpha_2 + \alpha_3, A\alpha_3 = 2\alpha_2 + 3\alpha_3,$$

(I) 求矩阵  $B$ , 使得  $A(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)B$ ;

(II) 求矩阵  $A$  的特征值;

(III) 求可逆矩阵  $P$ , 使得  $P^{-1}AP$  为对角矩阵.

有什么两样!

因此, 我在这里再次呼吁: 2009 年的考生一定要以自己的考纲为纲, 认真研究 2009 年考纲上的 11 份试卷, 特别是其中的 3 份参考试卷。

同学们, 教育部考试中心给我们参考试卷, 这是政府行为, 我们没有理由不参考!

**以课本为本。**考纲源于教学大纲, 但又不同于教学大纲, 因此, 首先要用考纲圈定课本上的复习内容。考纲上没有而课本上有的内容, 一定要划掉; 考纲上有而课本上没有的内容, 一定要补充。在考纲的指导下, 认真研读课本, 才能全面地系统地掌握所要考的内容。

课本是基本概念、基本理论、基本方法的最完整的论述, 是一个完整的知识体系! 必须认真研读课本, 认真做课后习题! 有很多考题就是课本上的定理, 例题, 习题。例如

例 3. 全国 2008 数一 (18) 题 (同济大学高等数学课本上的一条定理):

设函数  $f(x)$  连续, 利用定义证明函数  $F(x) = \int_0^x f(t)dt$  可导, 且  $F'(x) = f(x)$ .

例 4. 全国 2008 数二 (20) 题 (同济大学高等数学课本上的一条定理):

证明积分中值定理: 若函数  $f(x)$  在闭区间  $[a, b]$  上连续, 则至少存在一点  $\eta \in [a, b]$ , 使得

$$\int_a^b f(x)dx = f(\eta)(b-a).$$

例 5. 全国 2008 数三, 数四 (18) 题 (同济大学高等数学课本上的一道习题):

设  $f(x)$  是周期为 2 的连续函数. 证明对任意的实数  $t$ , 有  $\int_t^{t+2} f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx$ .

例 6. 全国 2008 数一, 数二, 数三, 数四 (5) 题 (同济大学线性代数课本上的一道习题):

设  $A$  为  $n$  阶非零矩阵,  $E$  为  $n$  阶单位矩阵, 若  $A^3 = 0$ , 则

(A)  $E - A$  不可逆.  $E + A$  不可逆.      (B)  $E - A$  不可逆.  $E + A$  可逆.

(C)  $E - A$  可逆.  $E + A$  可逆.      (D)  $E - A$  可逆.  $E + A$  不可逆.

例 7. 全国 2004 数四 (23) 题 (浙江大学概率论与数理统计课本上的一道例题):

设随机变量  $X$  在区间  $(0,1)$  上服从均匀分布, 在  $X = x(0 < x < 1)$  的条件下, 随机变量  $Y$  在区间  $(0, x)$

上服从均匀分布, 求:

(I) 随机变量  $X$  和  $Y$  的联合概率密度;

(II)  $Y$  的概率密度;

(III) 概率  $P\{X + Y > 1\}$ .

**以思维定势拿高分。**思维定势就是人们的一种思维倾向, 它是人们在长期的思维过程中所形成的一种思维条件反射, 亦称思维惯性。我们平时脱口而出的“七七四十九, 九九八十一”就是思维定势。要对付考试, 必须掌握对付常考题型的思维定势!

在我们的考卷上共有 23 道考题, 要求我们在 180 分钟内完成, 平均每道 7 分 50 秒, 时间非常紧张, 任务非常艰巨! 考场如同战场, 我们不能多想, 更不能胡思乱想, 只能是“想都不用想”——靠思维惯性的作用! 题目读完了, 方法就出来了, 这就是思维定势! 这就是思维定势教学法!

例 8. (全国 2008 数一 (12) 题)

设曲面  $\Sigma$  是  $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$  的上侧, 则  $\iint_{\Sigma} xydydz + xdzdx + x^2dxdy = \underline{\hspace{2cm}}$ .

本题的思维定势是: **若未封闭, 加盖减盖。**

例 9. (全国 2008 数二, 数三 (18) 题)

计算  $\iint_D \max\{xy, 1\}dxdy$ , 其中  $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ .

本题的思维定势是: **二重积分, 五字方针。**

二重积分, 五字方针: 参阅《考研数学思维定势与常考题型》一书的 89 页.

例 10. (全国 2008 数二, 数三, 数四 (23) 题)

设  $A$  为 3 阶矩阵,  $\alpha_1, \alpha_2$  为  $A$  的分别属于特征值  $-1, 1$  的特征向量, 向量  $\alpha_3$  满足  $A\alpha_3 = \alpha_2 + \alpha_3$ .

(I) 证明  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关;

(II) 令  $P = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ , 求  $P^{-1}AP$ .

本题的思维定势是: **相关、无关, 定义搞定. 前组、后组, 过渡矩阵。**

例 11. (全国 2008 数一, 数三, 数四 (22) 题)

设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立,  $X$  的概率分布为  $P\{X = i\} = \frac{1}{3} (i = -1, 0, 1)$ ,  $Y$  的概率密度为

$$f_Y(y) = \begin{cases} 1, & 0 \leq y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad \text{记 } Z = X + Y,$$

(I) 求  $P\left\{Z \leq \frac{1}{2} \mid X = 0\right\}$ ;

(II) 求  $Z$  的概率密度  $f_Z(z)$ .

本题的思维定势是: **二维混合, 全概搞定。**

亦即一个是连续型随机变量, 一个是离散型随机变量, 这时要用全概公式.

例 12. (全国 2006 数一, 数三 (23) 题)

设总体  $X$  的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \theta, & 0 < x < 1, \\ 1 - \theta, & 1 \leq x < 2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

其中  $\theta$  是未知参数 ( $0 < \theta < 1$ ),  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的简单随机样本, 记  $N$  为样本值

$x_1, x_2, \dots, x_n$  中小于 1 的个数. 求

(I)  $\theta$  的矩估计;

(II)  $\theta$  的最大似然估计.

本题的思维定势是: **样矩、总矩, 两矩相等. 似然函数, 密度连乘!**

思维定势的形成有一个过程, 它是解题方法的升华与结晶, 通俗易懂, 操作方便。《考研数学思维定势与常考题型》一书可供参考。

**以常考题型论输赢。**常考题型是基本概念, 基本理论, 基本方法的具体化, 是考纲的具体化, 是对历年国题的归纳整理, 是对历年国题的深刻认识。国题集中体现了全国命题小组各位专家的智慧, 剔除了题海中的偏题、怪题、难题, 是题海中的精品, 所以必须研究国题, 通过研究国题, 真正掌握常考题型。

研究表明, 从考纲的考点分析, 从 1987 年全国统考以来的考题分析, 数一, 数二, 数三共有 119 个常考题型。其中

数一: 114 个常考题型;

数二: 69 个常考题型;

数三: 92 个常考题型.

要对付考试, 必须熟练掌握这些常考题型和相应的思维定势!

**以考纲为纲, 以课本为本, 以思维定势拿高分, 以常考题型论输赢!**是考研数学最正确最实用的高分策略. 实践表明, 对考研数学的复习具有刻骨铭心的效果!

