

新浪教育联合跨考教育合办第二届“十万人大联考”

经济类联考综合能力试卷参考答案

一、逻辑推理

在以下逻辑推理题目的解析中，“ \neg ”“ \wedge ”“ \vee ”“ \rightarrow ”分别表示“非”“且”“或”“则”，其中，对任意断定 A 和 B，“ $A \rightarrow B$ ”表示 A 是 B 的充分条件，B 是 A 的必要条件。以下剩余各模拟卷不再进行一一说明。

1. 【答案】(D)

如果 (D) 项不成立，则说明汤姆森的杰出学生的创造性研究技能并不是由汤姆森传授、训练的。这样，题干的结论就不成立。因此，为使题干的论证成立，(D) 项是必须假设的。

2. 【答案】(B)

由题干：科学技术的发展，导致社会问题专业化，导致民众难以对社会重大问题发表内行意见，导致民主质量降低。可得：科学技术的发展威胁到民主的质量。

3. 【答案】(C)

题干断定：余涌所有的朋友都说，他们认识这么一个人；题干又断定：在余涌和他的朋友圈子里，不认识这样一个人的，余涌并不是唯一的一个。由此可得：余涌的朋友中有人没说真话。

4. 【答案】(E)

由题干可知，每年 3 月 6 日前投稿并且由杂志特聘心理学家审定的论文，是论文在来年发表的必要条件，不是充分条件，即：论文发表 \rightarrow (3 月 6 日前投稿 \wedge 专家审定)。

由林教授论文未发表，基于题干推不出任何结论。

5. 【答案】(A)

由题干，如果赵女士在签约时认定所签合同具有法律效力，则以下推理成立：

上述合同具有法律效力 \rightarrow 赵女士索要定金的要求不合法；

上述合同不具有法律效力 \rightarrow 赵女士索要定金的要求不道德；

上述合同具有或不具有法律效力。

总之，赵女士索要定金的行为或者不合法，或者不道德。

【注意】如果赵女士在签约时并不认定所签合同具有法律效力，则不能得出结论：赵女士索要定金的行为或者不合法，或者不道德。因此，(B) 项不成立。

6.【答案】(D)

针对张先生的质疑，李女士要为之辩护的断定是：有价值的文学艺术作品只会净化而不会污染人的精神。李女士用以辩护的论据其实就是重复这一断定，即把要为之辩护的断定，当作此种辩护的论据。

7.【答案】(B)

题干的结论基于两个前提：前提一，张先生一定出现了重要失误。这种失误，或者在专业技术方面，或者在行政管理方面。前提二，张先生在任职期间从未出现技术失误。前提一基于这样的假设：董事会解雇张先生的决定是正确的。

8.【答案】(C)

由题干：对两个人口相对稳定的城市 5 年后的人口规模，三个机构的预测数据相差不大。可知，(C) 项作为结论最为合理。

9.【答案】(A)

(A) 项如果为真，说明上述人口剧增城市居民中青年人多。这一方面可以成为预测人口继续增加的理由，因为青年人多，说明这个城市对外来创业者的吸引力大；另一方面也可以成为预测人口减少的理由，因为青年人流动性强，不稳定。

10.【答案】(C)

如果 (C) 项为真，说明 K 县禁止狩猎和野生动物数量剧增之间很可能存在因果关系。

11.【答案】(E)

如果张副校长支持基建处长，则支持财务处长，这违反其意愿。因此，张副校长不支持基建处长，支持的是财务处长，即不同意两个项目都上马，主张两个项目至少上马一个，即要么实验楼上马，要么体育馆上马。

(C) 项和 (D) 项都符合张副校长的意见，但不等同于他的意见。(E) 项能从题干的条件下推出，(C) 项和 (D) 项不违反题干的条件，但不能从题干中推出。例如，“老李是上海人”，不违反“老李是南方人”。

12.【答案】(D)

题干断定：商业区、工厂区和住宅区相隔甚远，是造成交通拥堵的原因。因此，(D) 项作为题干的结论最恰当。(C) 项和 (E) 项的提议都有利于减轻拥堵，但题干未提及相关内容。

13.【答案】(B)

(B)、(C) 和 (D) 项都能削弱题干的论证，显然，(B) 项的削弱力度最大。

(A) 项加强题干；(E) 项不相干（既不加强，也不削弱）。

14.【答案】(C)

(C) 项如果不成立，则网民的论据就不为市政府了解并认同，那么网民的论证也就不成立。

15.【答案】(A)

题干的论证必须假设，已记录在案的犯罪嫌疑人中，可能有“无头案”的作案者。这也就是必须假设，警方并不掌握已记录在案的犯罪嫌疑人的所有作案事实。

16.【答案】(E)

题干的论证不必，事实上也不会假设警方已记录在案的犯罪嫌疑人一定是实际作案者，因此，(E) 项不削弱题干，其余各项都能削弱。

17.【答案】(D)

对于 (D) 项所概括的问题，双方都有明确观点，并且甲的回答是肯定的，乙的回答

是否定的。(A)项甲的回答是否定的,乙无明确观点;(B)项双方都无明确观点;(C)项甲的回答是肯定的,乙无明确观点;(E)项甲的观点是肯定的,乙无明确观点。

18. 【答案】(E)

由甲、乙、丙的学历层次相同,己、庚的学历层次不同,可得己和庚中必有一人和甲、乙、丙的学历层次相同,甲、乙、丙是本科毕业,不可能被录用。由戊、己、庚的性别相同,甲、丁的性别不同,可得甲、丁中必有一人和戊、己、庚的性别相同,戊、己、庚是男性,不可能被录用。因此,被录用的是丁。

19. 【答案】(B)

题干可概括为:

结论:如果要保持目前强有力的社会影响力,就不能接受任何外来的资助
 $\text{保持影响力} \rightarrow \neg \text{接受资助}$ 。

论据:如果接受这样的资助,就很难保持目前对社会强势邪恶的巨大杀伤力
 $\text{接受资助} \rightarrow \neg \text{保持杀伤力}$ 。

假设(B),则题干的论证成立:

$\text{接受资助} \rightarrow \neg \text{保持杀伤力}$ (题干论据);

$\text{保持影响力} \rightarrow \text{保持杀伤力}$ (B)项;

$\text{保持影响力} \rightarrow \neg \text{接受资助}$ (题干结论)。

20. 【答案】(A)

题干的条件可表示如下:

姓名	业务	综合	心理
方超		√	√
钱雪	√		
张梅	√		√
李平	√	√	

由每个人都只有一项测试未通过,可得:方超未通过第一项测试,张梅未通过第二项测试,李平未通过第三项测试。

二、数学单项选择题

21. 【答案】(C)

根据复合函数的定义有

$$f(-x) = \begin{cases} (-x)^2 + (-x), & -x \geq 0, \\ (-x)^3, & -x < 0 \end{cases} = \begin{cases} x^2 - x, & x \leq 0, \\ -x^3, & x > 0, \end{cases} \text{ 故选(C).}$$

22. 【答案】(D)

根据常见的等价无穷小公式逐一解析:

(A)项: $1 - e^{-x} = -(e^{-x} - 1) \sim -(-x) = x$.

(B)项: $\ln(1 - x^2) \sim -x^2$, $\sqrt{1 - 2x} - 1 = [1 + (-2x)]^{\frac{1}{2}} - 1 \sim \frac{1}{2}(-2x) = -x$.

故 $\frac{\ln(1 - x^2)}{\sqrt{1 - 2x} - 1} \sim \frac{-x^2}{-x} = x$.

(C) 项: $e^{\sqrt{x}} - 1 \sim \sqrt{x}$, 故 $(e^{\sqrt{x}} - 1)^2 \sim (\sqrt{x})^2 = x$.

(D) 项: $1 - \cos \sqrt{x} \sim \frac{1}{2}(\sqrt{x})^2 = \frac{1}{2}x$.

可知, 选(D).

23. 【答案】(D)

由复合函数求导法则可知

$$\begin{aligned}\frac{\partial z}{\partial x} &= f' \left(\ln x + \frac{1}{y} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\ln x + \frac{1}{y} \right) = \frac{1}{x} f' \left(\ln x + \frac{1}{y} \right), \\ \frac{\partial z}{\partial y} &= f' \left(\ln x + \frac{1}{y} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\ln x + \frac{1}{y} \right) = -\frac{1}{y^2} f' \left(\ln x + \frac{1}{y} \right),\end{aligned}$$

所以
$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

24. 【答案】(C)

使用分部积分法计算得

$$\begin{aligned}\int \frac{\ln \sin x}{\cos^2 x} dx &= \int \ln \sin x d(\tan x) = (\tan x) \ln \sin x - \int \tan x d(\ln \sin x) \\ &= (\tan x) \ln \sin x - \int \tan x \frac{\cos x}{\sin x} dx \\ &= (\tan x) \ln \sin x - \int dx = (\tan x) \ln \sin x - x + C.\end{aligned}$$

故选(C).

【评注】积分式中出现对数函数或反三角函数时, 一般都需要分部积分. 积分的方法是将对数函数或反三角函数保持不动, 当作 $\int u dv$ 中的 u , 将其余部分的原函数求出来, 凑成 $\int u dv$ 的形式.

25. 【答案】(D)

由 $y = \int_{x^2}^0 x e^{-t^2} dt = x \int_{x^2}^0 e^{-t^2} dt$ 可知

$$\frac{dy}{dx} = \left(x \int_{x^2}^0 e^{-t^2} dt \right)' = \int_{x^2}^0 e^{-t^2} dt + x \left(\int_{x^2}^0 e^{-t^2} \right)' = \int_{x^2}^0 e^{-t^2} dt - x e^{-x^4} \cdot 2x = \int_{x^2}^0 e^{-t^2} dt - 2x^2 e^{-x^4}.$$

故选 (D) .

【评注】在积分式 $\int_{x^2}^0 x e^{-t^2} dt$ 中, 相对于积分变量 t , 变量 x 可以看成常数, 故在求导数之前, 可以先将 x 提到积分号外.

26. 【答案】(B)

直接按照偏导数的定义检验.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x, 0) - f(0, 0)}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}, \text{ 由于 } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x} &= -1, \text{ 可知: 极限 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x, 0) - f(0, 0)}{x} \text{ 不存在, 也即 } f'_x(0, 0) \text{ 不存在.} \\ \lim_{y \rightarrow 0} \frac{f(0, y) - f(0, 0)}{y} &= \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sqrt{y^4}}{y} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{y^2}{y} = y = 0, \text{ 可知 } f'_y(0, 0) \text{ 存在且等于 } 0.\end{aligned}$$

综上所述, 本题选 (B) .

【评注】偏导数的定义与导数的定义没有实质上的区别, 将其中一个变量固定之后,

对另外一个变量的导数就是偏导数. 因此, 本题也可以这样求解: 要讨论 $f'_x(0,0)$, 先在 $f(x,y)$ 中把 y 固定成 0, 也即 $f(x,0) = \sqrt{x^2} = |x|$, 由于函数 $|x|$ 在 $x=0$ 处不可导, 故 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点处关于 x 的偏导数不存在; 类似地, 要讨论 $f'_y(0,0)$, 先在 $f(x,y)$ 中把 x 固定成 0, 也即 $f(0,y) = \sqrt{y^4} = y^2$, 由于函数 y^2 在 $y=0$ 处可导, 故 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点处关于 y 的偏导数存在.

27. 【答案】(C)

由于 $|(\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4)| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \\ c_1 & c_3 & c_4 \end{vmatrix} = c_1 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 0$, 可知 $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4$ 线性相关.

故选 (C).

$$(A) \text{ 项: } |(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = -2c_1;$$

$$(B) \text{ 项: } |(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4)| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 2 \\ c_1 & c_2 & c_4 \end{vmatrix} = 4c_1;$$

$$(D) \text{ 项: } |(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 2 \\ c_2 & c_3 & c_4 \end{vmatrix} = -2c_4 - 4c_3.$$

可知 (A)、(B)、(D) 中的向量组线性相关性都无法确定, 故唯一正确的选项是 (C).

【评注】 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性相关的充要条件是 $r(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) < n$; 当 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 为 n 维列向量时, 矩阵 $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ 为方阵, 它不满秩的充要条件是 $|(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)| = 0$, 在这种情况下, 一般也可以通过行列式 $|(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)|$ 是否为 0 来判断该向量组是否线性相关.

28. 【答案】(C)

逐项解析:

(A) 项: 齐次线性方程组 $Ax=0$ 仅有零解的充要条件是矩阵 A 列满秩, 也即 $r(A) = n$.

(B) 项: 矩阵的秩等于其列向量组的秩, 矩阵 A 列满秩也就等价于矩阵 A 的列向量组满秩, 也即 A 的列向量组线性无关.

(C) 项: $Ax=b$ 有唯一解的充要条件 $r(A) = r(A:b) = n$, 而 $r(A) = n$ 并不能保证 $r(A) = r(A:b)$, 可见 $r(A) = n$ 是 $Ax=b$ 有唯一解的必要非充分条件.

(D) 项: 矩阵秩的定义为其非零子式的最高阶数. 可见, 矩阵 A 中存在 n 阶非零子式等价于 $r(A) \geq n$, 又由于任何矩阵的秩都不可能超过其列数, 因此又有 $r(A) \leq n$. 可见, A 中存在 n 阶非零子式也是 $r(A) = n$ 的充要条件.

本题选 (C).

【评注】 本题考查秩的概念和相关的结论, 综合性较强. 经济类联考中, 线性代数部分对秩的要求可以总结为两方面: 一是从概念的角度, 要掌握矩阵的秩 (非零子式的最高阶数) 和向量组的秩 (极大线性无关组中向量的个数) 的定义以及它们之间的关系; 二是从理论的角度, 要能够把向量组与线性方程组的基本问题通过秩来表达.

29. 【答案】(B)

由 $A \subset B$ 可知 $A \cup B = B$. 又由于 $A \cap (A \cup B) = A$, 可知

$$P(A | A \cup B) = \frac{P[A \cap (A \cup B)]}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(B)}.$$

又由于 $A \subset B$, 故 $0 \leq P(A) \leq P(B) \leq 1$, 于是 $\frac{P(A)}{1} \leq \frac{P(A)}{P(B)}$.

即 $P(A) \leq P(A | A \cup B)$. 可知(B) 是正确的.

对于其他选项, 由于 $AB = A$, 故 $P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1 \geq P(B)$, 可知(C) 是错误的.

$$P(B | \bar{A}) = \frac{P(B\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B-A)}{1-P(A)} = \frac{P(B)-P(A)}{1-P(A)} \leq P(B), \text{故(D) 是错误的.}$$

综上所述, 唯一正确的选项是 (B) .

30. 【答案】(D)

根据正态分布的性质可知, $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$, 从而有:

$P_1 = P\{X-\mu < 2\sigma\} = P\left\{\frac{X-\mu}{\sigma} < 2\right\}$, 由于 $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$, 可知, 概率 $P\left\{\frac{X-\mu}{\sigma} < 2\right\}$ 可以用标准正态分布的分布函数 $\Phi(x)$ 来表示, 有

$$P_1 = P\left\{\frac{X-\mu}{\sigma} < 2\right\} = \Phi(2).$$

可知 P_1 的取值与 μ 和 σ 的取值都无关, 故选 (D) .

【评注】 当题目中出现多个不同的正态分布或是正态分布的参数发生了变化时, 统一的思路是先将正态分布标准化, 再进行计算或讨论.

三、数学计算题

31. 【答案】当 $x \rightarrow +\infty$ 时, 极限式 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5 - x^3 + 2x}{3^x + x^3}$ 为 “ $\frac{\infty}{\infty}$ ” 型的极限, 故使用洛必达法则计算得:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5 - x^3 + 2x}{3^x + x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 \times 5x^4 - 3x^2 + 2}{3^x \ln 3 + 3x^2} = \dots = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 \times 5!}{3^x (\ln 3)^5} = 0.$$

可知, $x \rightarrow +\infty$ 时, $\frac{4x^5 - x^3 + 2x}{3^x + x^3}$ 为无穷小量. 而函数 $\sin x + \cos x$ 为有界量, 因此 $\frac{4x^5 - x^3 + 2x}{3^x + x^3}(\sin x + \cos x)$ 仍为无穷小量, 从而 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5 - x^3 + 2x}{3^x + x^3}(\sin x + \cos x) = 0$.

【评注】 要注意几类无穷大量的关系, 假设 $a > 1$, 那么当 $x \rightarrow +\infty$ 时, 对任意的正整数 n , 有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{a^x} = \dots = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{n!}{a^x (\ln a)^n} = 0$. 可见, 虽然同为无穷大, 但指数函数 a^x 是要远大于幂函数 x^n 的. 类似地, 还有幂函数 x^n 远大于对数函数 $\ln^m x$.

32. 【答案】方法一: 令 $t = \sqrt{x}$, $x = t^2$, $dx = 2t dt$, 故

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \int \frac{\arcsin t + 1}{t} 2t dt = 2 \int (\arcsin t + 1) dt \\ &= 2t \cdot \arcsin t - 2 \int \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} dt + 2t \\ &= 2t \cdot \arcsin t + \int \frac{d(1-t^2)}{\sqrt{1-t^2}} + 2t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 2t \cdot \arcsin t + 2\sqrt{1-t^2} + 2t + C \\
&= 2\sqrt{x}\arcsin\sqrt{x} + 2\sqrt{1-x} + 2\sqrt{x} + C.
\end{aligned}$$

方法二：直接使用分部积分法

$$\begin{aligned}
\int \frac{\arcsin\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}dx &= \int \frac{\arcsin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx + \int \frac{1}{\sqrt{x}}dx \\
&= \int \arcsin\sqrt{x}d(2\sqrt{x}) + 2\sqrt{x} \\
&= 2\sqrt{x}\arcsin\sqrt{x} - \int 2\sqrt{x}d(\arcsin\sqrt{x}) + 2\sqrt{x} \\
&= 2\sqrt{x}\arcsin\sqrt{x} - \int 2\sqrt{x} \frac{1}{\sqrt{1-x}} \frac{1}{2\sqrt{x}}dx + 2\sqrt{x} \\
&= 2\sqrt{x}\arcsin\sqrt{x} + 2\sqrt{1-x} + 2\sqrt{x} + C.
\end{aligned}$$

33. 【答案】令 $\int_{-1}^1 f(x)dx = A$, 则有 $f(x) = \frac{x\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + A$.

$$\text{故 } A = \int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^1 \left(\frac{x\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + A \right) dx = \int_{-1}^1 \frac{x\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx + 2A,$$

$$\begin{aligned}
\text{其中 } \int_{-1}^1 \frac{x\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx &= \int_{-1}^1 \arcsin x d(-\sqrt{1-x^2}) \\
&= (-\sqrt{1-x^2}\arcsin x) \Big|_{-1}^1 + \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} d(\arcsin x) \\
&= \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = 2,
\end{aligned}$$

故有 $A = 2 + 2A$, 可知 $A = -2$.

【评注】(1) 要注意, 定积分的计算结果是一个常数.

(2) 本题中的积分 $\int_{-1}^1 \frac{x\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ 也可以通过变量代换计算: 令 $x = \sin t$, 可得

$$\int_{-1}^1 \frac{x\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{t \sin t}{\cos t} \cos t dt = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} t \sin t dt,$$

然后, 再对最后的积分运用分部积分法.

34. 【答案】(1) 设成本函数为 $C(x, y)$, 由题意有: $C'_x(x, y) = 20 + \frac{x}{2}$,

$$\text{对 } x \text{ 积分得 } C(x, y) = 20x + \frac{x^2}{4} + D(y),$$

$$\text{再对 } y \text{ 求导有 } C'_y(x, y) = D'(y) = 6 + y,$$

$$\text{再对 } y \text{ 积分有 } D(y) = 6y + \frac{1}{2}y^2 + c,$$

$$\text{所以, } C(x, y) = 20x + \frac{x^2}{4} + 6y + \frac{1}{2}y^2 + c.$$

$$\text{又 } C(0, 0) = 10\,000, \text{ 故 } c = 10\,000, \text{ 所以 } C(x, y) = 20x + \frac{x^2}{4} + 6y + \frac{1}{2}y^2 + 10\,000.$$

(2) 若 $x + y = 50$, 则 $y = 50 - x$ ($0 \leq x \leq 50$), 代入成本函数中, 有

$$C(x) = 20x + \frac{x^2}{4} + 6(50 - x) + \frac{1}{2}(50 - x)^2 + 10\,000$$

$$= \frac{3}{4}x^2 - 36x + 11\,550,$$

所以, 令 $C'(x) = \frac{3}{2}x - 36 = 0$, 得 $x=24$, $y=26$, 这时总成本最小, 最小成本为 $C(24, 26) = 11\,118$.

【评注】 固定 y 时, 关于 x 的边际成本实质上就是 $C(x, y)$ 关于 x 的偏导数. 固定成本就是当产量为 0 时的成本.

35. **【答案】** 由复合函数求导法则可知 $\frac{d}{dx}[\varphi^3(x)] = 3\varphi^2(x)\varphi'(x)$.

再由二元函数的复合函数求导法则可知

$$\varphi'(x) = \frac{d}{dx}[f(x, x)] = f'_1(x, x) + f'_2(x, x),$$

也即

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}[\varphi^3(x)] \Big|_{x=1} &= 3\varphi^2(x)[f'_1(x, x) + f'_2(x, x)] \Big|_{x=1} \\ &= 3\varphi^2(1)[f'_1(1, 1) + f'_2(1, 1)]. \end{aligned}$$

其中 $\varphi(1) = f(1, 1) = 1, f'_1(1, 1) = f'_x(1, 1) = 2, f'_2(1, 1) = f'_y(1, 1) = 3$.

代入可知 $\frac{d}{dx}[\varphi^3(x)] \Big|_{x=1} = 15$.

【评注】 对于关系较为复杂的复合函数求导, 关键是理清复合关系, 选用正确的求导公式逐层进行计算.

36. **【答案】** 先求出 $a, \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_0^3 ax^2 dx = 9a = 1$, 可知 $a = \frac{1}{9}$.

根据定义, 先将事件 $Y \geq X$ 表示成 X 的范围:

当 $X < 1$ 时, $Y=2$, 此时必有 $Y \geq X$; 当 $1 \leq X \leq 2$ 时, $Y=X$, 此时也必有 $Y \geq X$; 当 $X > 2$ 时, $Y=1$, 此时 $Y < X$.

可见, 随机事件 $Y \geq X$ 等价于随机事件 $X \leq 2$, 故

$$P\{Y \geq X\} = P\{X \leq 2\} = \int_0^2 \frac{1}{9}x^2 dx = \frac{8}{27}.$$

37. **【答案】** 先确定 X 的概率分布, 易知 X 可能的取值有 0, 1, 2, 3.

其中 $P\{X=0\} = \frac{C_3^3}{C_6^3} = \frac{1}{20}$ (古典概型的计算: 总的基本事件数为 C_6^3 , 事件 $X=0$ 表示从甲箱中取到的 3 件全为合格品, 它所包含的基本事件数为 C_3^3).

$$P\{X=1\} = \frac{C_3^1 C_3^2}{C_6^3} = \frac{9}{20}, P\{X=2\} = \frac{C_3^2 C_3^1}{C_6^3} = \frac{9}{20}, P\{X=3\} = \frac{C_3^3}{C_6^3} = \frac{1}{20}.$$

可知 X 的分布律为

X	0	1	2	3
P_k	$\frac{1}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{1}{20}$

故 X 的数学期望 $EX = \frac{1}{20} \times 0 + \frac{9}{20} \times 1 + \frac{9}{20} \times 2 + \frac{1}{20} \times 3 = \frac{3}{2}$.

38. **【答案】** 先对已知等式化简:

由 $AB + E = A^2 + B$ 可得 $AB - B = A^2 - E$, 也即 $(A - E)B = A^2 - E$. ①

其中 $A-E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 容易计算 $|A-E| = -1 \neq 0$, 故 $A-E$ 可逆.

因此, 在①式两边同时左乘 $(A-E)^{-1}$ 可得 $B = (A-E)^{-1}(A^2-E)$.
又由于 $A^2-E = (A-E)(A+E)$, 可知

$$B = (A-E)^{-1}(A-E)(A+E) = A+E = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

【评注】① 本题如果直接计算 $(A-E)^{-1}$, 再与 (A^2-E) 相乘则计算量比较大, 同时也容易出错. 在进行矩阵的相关运算时, 一定要充分利用相关运算法则化简算式之后再行计算.

② 本题用到了平方差公式: $A^2-E = (A-E)(A+E)$, 该公式成立的原因是 A 和 E 可交换. 一般情况下, 我们有 $(A-B)(A+B) = A(A+B) - B(A+B) = A^2 + AB - BA - B^2$. 可知当且仅当 $AB = BA$ 时, 公式 $(A-B)(A+B) = A^2 - B^2$ 成立.

39. **【答案】** 令线性方程组的系数矩阵为 A , 增广矩阵为 \bar{A} . 先通过初等行变换将增广矩阵化为阶梯型矩阵.

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & \lambda \\ 1 & 1 & -2 & \lambda^2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & \lambda \\ -2 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 & \lambda^2 \end{array} \right) \\ &\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & \lambda \\ 0 & -3 & 3 & -2+2\lambda \\ 0 & 3 & -3 & \lambda^2-\lambda \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & \lambda \\ 0 & -3 & 3 & -2+2\lambda \\ 0 & 0 & 0 & \lambda^2+\lambda-2 \end{array} \right). \end{aligned}$$

由此可知, $r(A) = 2$, 要使线性方程组有解, 则需 $r(\bar{A})$ 也等于 2, 也即 $\lambda^2 + \lambda - 2 = 0$, 解得 $\lambda = -2$ 或 $\lambda = 1$.

可知当 $\lambda = -2$ 或 $\lambda = 1$ 时, 线性方程组有解. 为了求其通解, 进一步将增广矩阵化为

$$\text{行最简形: } \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & \lambda \\ 0 & -3 & 3 & -2+2\lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & \frac{4-\lambda}{3} \\ 0 & 1 & -1 & \frac{2-2\lambda}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

导出线性方程组的基础解系为 $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

当 $\lambda = 1$ 时, 特解为 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, 故此时线性方程组的通解为 $k \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $k \in \mathbf{R}$;

当 $\lambda = -2$ 时, 特解为 $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, 故此时线性方程组的通解为 $k \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $k \in \mathbf{R}$.

四、写作

40. 论证有效性分析

论证有效性分析的总分被平均分成两部分给分。

(1) 根据分析评论的内容给分。考生分析评论的内容超出参考答案者,只要言之有理,也应给分。每处漏洞4分,得满15分为止。

【主要逻辑漏洞解析】

①材料将频见茅台负面新闻,直接归因于媒体利用公众心理。还必须包含这样一个假设:茅台本身不存在问题。但这样的假设未必成立,也许茅台里还有以前不为人知的有害物质。

②作者从何得出媒体是用一种不够阳光、不负责任的心态引导舆论,仅仅因为指责“享有盛名”的茅台吗?显然,作者在此的逻辑就是凡是对“享有盛名”的茅台的批评都是不负责任的,都是为了“博得点击率和关注度”。

③“谴责茅台成为时尚”,可能存在很多原因,可能是茅台质量存在问题,因此,不能忽视茅台自身存在错误的可能性。谴责盛起是否也有可能由于茅台自身的过错呢?“当谴责茅台成为时髦,有过错的就已经不是茅台了”,这样的判断未免草率。

④对其心生敬意并不等于可以视其错误而不见,更不等于有负面新闻就必定是媒体杜撰。因为如果茅台存在质量问题,就应该及时曝光。

⑤茅台不一定成为行业的代表,茅台成功则其他企业也可以成功。这里混淆了个体与整体的概念。

⑥材料将茅台推向“民族品牌崛起”的高度,得出应“摒弃那些有失公允的偏见”。然而,民族品牌要想崛起,更需要公众的严格监督和不断批评。

⑦文章认为与茅台抱团参与国际竞争最终茅台获利,每家企业也获利。但或许茅台进入国际市场后,更加增强了其垄断地位,使得其他企业无法生存;存在质量问题的茅台也可能走向国际市场,进而损害中国白酒形象,使中国品牌遭受更多偏见。

(2) 按文章结构与语言表达,分四类卷给分。

一类卷(12~15分):论证或反驳有力,结构严谨,条理清楚,语言精简流畅。

二类卷(8~11分):结构尚完整,条理比较清楚,语句较通顺,有少量语病。

三类卷(4~7分):结构不完整,语言欠连贯,较多语病,分析缺乏说服力。

四类卷(1~3分):明显偏离题意,内容空洞,条理不清,语句严重不通。

41. 论说文

(1) 按照内容、结构、语言三项综合评分,占30分。

一类卷(26~30分):紧扣题意,立意深刻,中心突出,论证充分,结构完整,行文流畅。

二类卷(21~25分):切合题意,立意较深刻,中心明确,论证比较充分,结构比较完整,语句通顺。

三类卷(16~20分):基本切题,中心基本明确,论证基本合理,结构尚完整,语句较通顺,有少量的语病。

四类卷(11~15分):不太切题,中心不太明确,论证有缺陷,结构不够完整,语句不够通顺,有较多语病。

五类卷(6~10分):偏离题意,中心不太明确,论证有较多缺陷,结构有残缺,层次比较混乱,语句不通,有较多语病。

六类卷(0~5分):观点错误,背离题意或与试题无关,结构严重残缺,层次混乱,语句严重不通。

(2) 其他,占5分。所拟题目切题,2分;所拟题目一般,1分;未拟题目,0分。书写(包括文字与标点符号)规范,2分。若有错别字每3个扣1分,重复的不累计;标点

符号若有明显错误，酌情扣分；扣满 2 分为止。

(3) 卷面整洁清楚，加 1 分，但总分不超过 35 分；卷面不整洁，书写潦草，0 分。

【范文】

自强不息，厚德载物

天行健，君子以自强不息；地势坤，君子以厚德载物。简短的二十个字将我中华文萃尽纳于此。我们常常思考：作为一个人，应该如何不带一丝悔恨、不留一丝遗憾地度过这一生？这二十个字就是完美的回应，值得深思。

自强不息，犹如喧嚣中最后一丝清醒，又似嘈杂中仅存的一缕清明。它是深藏在你心中的一种信仰；它是潜伏在你血液中的一股力量。紧握它，坚定地走下去，定能迈入理想之地。孙臆失足，倘使他因此而浑浑噩噩，终日不知所终，怎会有大败庞涓的后话？勾践受辱，若无保存着心中那不息不灭的自强之势，怎会有之后强挫吴王的喜悦？他们无论身处多么恶劣的环境，依然保有着心中那自强不息的火种，舍下一时成败，丢开一刻荣辱，终成大业。人的一生应当如此，天行健，接受一切自然和社会所赐予的宠辱，自强不息，而后永生。

“自强不息”要以“厚德载物”为基石。易经中辩证地提醒世人，在你自强不息到达了人生巅峰璀璨之境时，还需要保持谦虚谨慎、包容大度的态度，以柔处尊。古有荐臣祁奚，外举不避仇，内举不避亲，凡有才德者皆荐。这是何等的厚德！再如，苏州“六尺巷”典故中那句脍炙人口的“让它三尺又何妨”，简短的七个字也是将德重品正、容他之心发挥到了极致。道得尽的是佳话，道不尽的是胸襟。有德行，有包容心，才能让你的思想不至于狭隘，才能在自强不息的正确指引下走完这条精神永生、长魂无悔的人生之路。这样的美德，即便时过境迁，岁月流转，也永远不会凋零。

诚然，“自强不息”气势太甚，难保过刚易折；“厚德载物”操之太过，又易于被人误解为软弱易欺。我们需正确地理解和看待其精华和奥义，永存心中那不灭火种，心怀感恩与包容，不拘小节，将二者作为人生指南存于内心，何愁人生不是一幅江山大作？

怎样在荆棘丛生中所向披靡？怎样在庸俗浮躁中保存内心高洁？答案是自强不息，厚德载物。